

基于 X-Y 平台的自适应模糊摩擦补偿

王洪瑞, 王霞, 姜春娣, 唐予军

(河北大学 电子信息工程学院 河北省保定市 071002)

E-mail: gglcc2002@yahoo.com.cn

摘要: 用模糊逻辑系统逼近摩擦力与速度的非线性关系, 进行不基于模型的摩擦补偿, 避免了复杂的模型参数辨识。自适应方法实时调整模糊规则库中的参数, 赋予了模糊系统自动寻优的能力以及适应环境变化的能力, 使摩擦补偿具有鲁棒性。模糊补偿控制稳定性得到了证明, 仿真结果说明了方法的有效性。

关键词: 自适应模糊控制; 摩擦补偿; X-Y 平台

Adaptive Fuzzy Friction Compensation for X-Y Table

Wang Hongrui, Wang Xia, Jiang Chundi

(Hebei University, Baoding, Hebei 071002)

Abstract: An adaptive fuzzy system is used to approach the relationship between friction and velocity. Non-model based compensation method avoids the complicated identification of parameters. The adaptive mechanism enables the fuzzy system to adjust fuzzy logic automatically and to adapt to the changes of environment. Thus, the compensation is robust itself. The stability of the control law with fuzzy friction compensation is proved and simulation results verified the efficiency of the method.

Keywords: Adapting Fuzzy Control, Friction Compensation, X-Y table

1 引言

众所周知, 摩擦是影响系统性能的一个重要因素。原因在于摩擦力在零速附近具有强烈的非线性, 并且受多种因素影响, 难于把握。X-Y 平台广泛应用于机械制造和加工领域, 一般的 PID 能很好的控制 X-Y 平台。但是, 对高精度控制, 摩擦的非线性影响使经典的控制策略不再适用, 摩擦可能导致稳态误差或目标位置的极限环。对于轨迹跟踪控制, 零速附近的强烈非线性会使轨迹变得不平滑, 如 X-Y 平台在画圆时的过象限误差。随着加工精度要求的不断提高, 摩擦补偿变得越来越迫切。

对摩擦的补偿方法大致可以分成两类: 基于模型的补偿和不基于模型的补偿。前者是根据一个摩擦模型计算出摩擦力的大小, 在输入端加入大小一样的补偿力矩, 将摩擦的影响抵消。这种方法依赖模型的特点决定了摩擦模型的准确性直接影响控制效果。国内外学者对摩擦特性进行研究, 并提出了许多摩擦模型[3], 其中一些能反映

多种摩擦特性。但是, 越是准确的模型参数就越多, 参数辨识是一个非常棘手的问题。而且摩擦受到环境、润滑等多种因素的影响, 模型总是不断改变的。所以人们大多尝试采用各种自适应的方法辨识参数和适应参数的变化。可自适应只能辨识摩擦模型的线性参数对于非线性参数无能为力。不基于模型的补偿方法主要有神经网络、模糊等智能方法和扰动观测器法。观测器法是将摩擦视为一个外界扰动加以观测, 这种方法在实际中会受到带宽的限制。神经网络可以逼近任意的非线性函数, 但是训练时间长, 结构复杂。虽然摩擦模型还不成熟, 但人们对摩擦的定性了解已经十分深刻。注意到模糊能够有效的利用语言信息, 采用模糊来补偿摩擦的研究也比较多。模糊规则库都是一次性离线建立, 完全依赖于专家经验和已得数据, 不能适应环境的变化, 系统的稳定性也不能保证。

本文采用自适应模糊器来逼近摩擦—速度曲线, 自适应律根据系统误差实时调节模糊补偿器的参数, 只需要根据专家经验简单的设置初始

的参数, 自适应算法能够自行寻找合适的参数构成模糊规则。实时调节的特性还赋予了模糊补偿器适应模型变化的鲁棒性能。另外, 证明了所设计的模糊补偿控制率能保证闭环系统的全局稳定性, 并且在一定条件下能使其跟踪误差收敛到零。文章最后的仿真再一次证实了方法的有效性。

2 系统模型与模糊补偿器

2.1 系统模型

X-Y 平台每个轴的动力学方程可以写为

$$J\ddot{x} = u - F \quad (1)$$

式中, J 为每个轴运动部分的合成当量惯量; x 为滚珠丝杠所带滑块位移; F 为摩擦力, u 为电机输出力矩。 $F = f(\dot{x})$ 是速度的非线性函数, 由于模型参数难于把握和不确定性, 精确建模困难重重。近年来, 随着人们对摩擦特性研究的深入, 对它的定性了解已经比较全面。模糊能够充分利用人类语言所描述的经验知识, 所以考虑采用模糊逻辑系统对摩擦-速度函数进行逼近。

2.2 模糊补偿器

在速度的论域 U_v 内定义 M 个模糊集, 并保证其良好的覆盖性, 集合的隶属函数为高斯函数

$$u_v^l(\dot{x}) = \exp\left(-\frac{\dot{x} - \bar{x}_l}{\sigma_l}\right)^2, \quad l = 1.2 \dots M \quad (2)$$

其中 \bar{x}_l 是第 l 个模糊集的中心, σ_l 决定第 l 个模糊集的宽度。由于模糊系统的输入是一维的, 所以模糊规则数也是 M 。

采用中心平均模糊消除器, 模糊系统的输出

$$\hat{F} = \hat{f}(\dot{x}) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}_l u_v^l}{\sum_{l=1}^M u_v^l} \quad (3)$$

其中 \bar{y}_l 是对应于第 l 条“如果-则”规则“则”部分模糊集合 G_l 的中心。

模糊系统中 $\bar{y}_l, \bar{x}_l, \sigma_l, l = 1.2 \dots M$ 是可调参数, 它们决定了模糊补偿器的性能, 统一用 $\theta = [\bar{y}_1 \ \bar{y}_2 \ \dots \ \bar{y}_M \ \bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \dots \ \bar{x}_M \ \sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_M]^T$ 表示。

定义最优的参数(即使近似误差最小的参数)

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \Omega} [\sup_{x \in U_v} |\hat{f}(\dot{x}|\theta) - f(\dot{x})|] \quad (4)$$

$$\Omega = \{\theta : |\theta| \leq m, \sigma_l \geq \sigma\}$$

最小近似误差

$$\omega = (\hat{f}(\dot{x}|\theta^*) - f(\dot{x})) \quad (5)$$

2.3 假定

假定可以找到函数 $f^U(\dot{x})$ 使得 $|f(\dot{x})| \leq f^U(\dot{x})$, 并且 $f^U(\dot{x}) < \infty$ 。从实际来看, 摩擦力不可能无限大, 我们的假定是完全合理的。

3 模糊控制器及自适应调节律设计

3.1 控制器

控制器选为

$$u = J(\ddot{x}_d - k_v \dot{e} - k_p e) - u_s + \hat{F} \quad (6)$$

其中, $e = x - x_d$; \hat{F} 为模糊逻辑系统的输出, 来补偿摩擦力; k_v, k_p 是正常数;

$u_s = I^* \operatorname{sgn} \xi^T PB [\hat{f}(\dot{x}|\theta) + f^U(\dot{x})]$ 是监督控制

项, $I^* = \begin{cases} 1 & V_e > \bar{V}_e \\ 0 & V_e \leq \bar{V}_e \end{cases}$, 用来保证模糊逻辑

系统估计最差的情况下的系统稳定。

3.2 模糊参数在线自适应调节律

当 $\sigma_l = \sigma$ 时

$$\dot{\sigma}_l = \begin{cases} -\gamma \xi^T PB \frac{\partial \hat{f}}{\partial \sigma_l} & (\xi^T PB \frac{\partial \hat{f}}{\partial \sigma_l} < 0) \\ 0 & (\xi^T PB \frac{\partial \hat{f}}{\partial \sigma_l} \geq 0) \end{cases}$$

否则

$$\dot{\theta} = \begin{cases} -\gamma \xi^T PB \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} & (|\theta| < m) \text{ or } (|\theta| = m \text{ and } -\gamma \xi^T PB \theta^T \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} \geq 0) \\ -\gamma \xi^T PB \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} + \gamma \xi^T PB \frac{\theta \theta^T}{|\theta|^2} \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} & (|\theta| = m \text{ and } -\gamma \xi^T PB \theta^T \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} < 0) \end{cases} \quad (7)$$

定理 对于式(1)所给定的系统, 采用控制律(6)和参数适应律(7)能够保证系统稳定, $|\theta| \leq m$,

$\sigma_l \geq \sigma$; 并且在模糊寻优空间足够大, 最小近似误差 v 平方可积的情况下, $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$ 。

证明 将控制器方程(6)代入系统(1)得到

$$\begin{aligned} \ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e &= \frac{1}{J}(-u_s + \hat{F} - F) \\ &= \frac{1}{J}(-u_s + \hat{f}(\dot{x}|\theta) - f(\dot{x})) \\ &= \frac{1}{J}(\hat{f}(\dot{x}|\theta) - \hat{f}(\dot{x}|\theta^*) - u_s + \omega) \end{aligned} \quad (8)$$

将 $\hat{f}(x)$ 在 θ^* 线性化得到

$$\begin{aligned} \hat{f}(\dot{x}|\theta) - \hat{f}(\dot{x}|\theta^*) &= (\theta - \theta^*)^T \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} + O(|\theta - \theta^*|^2) \\ \ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e &= \frac{1}{J} (\phi^T \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} - u_s + v) \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $\phi = \theta - \theta^*$, $v = \omega + O(|\theta - \theta^*|^2)$ 。

将误差方程(9)写成状态空间的形式

$$\dot{\xi} = A\xi + B(\phi^T \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} - u_s + v) \quad (10)$$

这里 $\xi = [e \quad \dot{e}]^T$, $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_p & -k_v \end{bmatrix}$,

$B = [0 \quad 1/J]^T$, 选取 k_v, k_p 使 A 为稳定阵, 则存在正定的矩阵 P, Q 满足

$$A^T P + PA = -Q \quad (11)$$

设正定函数

$$V = \frac{1}{2} \xi^T P \xi + \frac{1}{2\gamma} \phi^T \phi \quad (12)$$

V 对 t 求导并由 $\dot{\phi} = \dot{\theta}$ 和式(10)、(11), 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} \xi^T Q \xi + \xi^T P B (\phi^T \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} - u_s + v) + \frac{1}{\gamma} \phi^T \dot{\theta} \\ &= -\frac{1}{2} \xi^T Q \xi + \xi^T P B v - \xi^T P B u_s + \frac{1}{\gamma} \phi^T (\dot{\theta} + \gamma \xi^T P B \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta}) \\ &= -\frac{1}{2} \xi^T Q \xi + \xi^T P B v - \xi^T P B u_s + I \xi^T P B \frac{\phi^T \theta \dot{\theta} \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta}}{|\theta|^2} \end{aligned}$$

θ 为第一种情况时 $I = 0$, 最后一项为零; θ

为第二种情况时 $I = 1$, $\xi^T P B \theta^T \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} < 0$, 而 $|\theta| = m \geq |\theta^*|$, 可得

$$\theta \phi^T \theta = (\theta - \theta^*)^T \theta = [|\theta|^2 - |\theta^*|^2 + |\theta - \theta^*|^2] / 2 \geq 0$$

最后一项是小于零的。因而

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \xi^T Q \xi + \xi^T P B v - \xi^T P B u_s \\ &\leq -\frac{1}{2} \xi^T Q \xi + \xi^T P B v \end{aligned} \quad (13)$$

根据万能逼近定理可知, 最小近似误差 ω 可以任意小, 当 θ 接近最优值 θ^* 时, 总体误差 v 可以很小, 当 v 小到使 $-\xi^T Q \xi + \xi^T P B v < 0$ 后, 可以保证系统是渐进收敛的。但在模糊补偿的初始阶段, v 的值可能比较大。这个阶段, 监督控制 u_s 可以保证系统是稳定的。我们还可将(10)写成

$$\dot{\xi} = A\xi + B(\hat{f}(\dot{x}) - f(\dot{x}) - u_s) \quad (14)$$

构造正定函数 $V_e = \xi^T P \xi / 2$, 当 $V_e > \bar{V}_e$ 时, u_s 非零, 开始起作用, V_e 沿式(14)对时间求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= -\frac{1}{2} \xi^T Q \xi + \xi^T P B (\hat{f}(\dot{x}|\theta) - f(\dot{x}) - u_s) \\ &\leq -\frac{1}{2} \xi^T Q \xi + |\xi^T P B| (|\hat{f}(\dot{x}|\theta)| + |f(\dot{x})|) - \xi^T P B u_s \\ &\leq -\frac{1}{2} \xi^T Q \xi + |\xi^T P B| (|\hat{f}(\dot{x}|\theta)| + |f(\dot{x})| - |\hat{f}(\dot{x}|\theta)| - f^U(\dot{x})) \\ &\leq -\frac{1}{2} \xi^T Q \xi \leq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

显然可以保证 $V_e \leq \bar{V}_e$, 系统是稳定的。

如果根据专家经验, 在给模糊逻辑库定义合适的初始参数值, 使 θ 不过分远离最优值 θ^* , 监督控制一般是不会启动的。

取 $V_\theta = \theta^T \theta / 2$, 由(7)式可知, θ 属于第一种情况时, $\dot{V}_\theta = -\gamma \xi^T P B \theta^T \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} \leq 0$ 。 θ 属于第二种情况

时 $\dot{V}_\theta = -\gamma \xi^T P B \theta^T \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} + \gamma \xi^T P B \frac{|\theta|^2 \theta^T \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta}}{|\theta|^2} = 0$, 所以

总成立 $|\theta| \leq m$ 。同理可证明 $\sigma_i \geq \sigma$ 。

$$\text{由 } \frac{1}{2} \lambda_{P_{\min}} |\xi|^2 \leq V_e = \frac{1}{2} \xi^T P \xi \leq \bar{V}_e, \text{ 可知}$$

$$|\xi| \leq \left(\frac{2\bar{V}_e}{\lambda_{P_{\min}}} \right)^{1/2} \quad \text{又 } \xi = X - X_d,$$

($X = [x, \dot{x}]^T$, $X_d = [x_d, \dot{x}_d]^T$), 可以得到

$$|X| \leq |X_d| + |\xi| \leq |X_d| + \left(\frac{2\bar{V}_e}{\lambda_{P_{\min}}} \right)^{1/2} \text{ 是有界的。}$$

因为 $|u_s| \leq m + f^U(x)$, 由控制器方程(6)得到

$$|u| \leq J \left(|\ddot{x}_d| + K \left(\frac{2\bar{V}_e}{\lambda_{P_{\min}}} \right)^{1/2} \right) + 2m + f^U(x) \quad (K = [k_p \quad k_v]^T)$$

也是有界的。再看(13)式

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \xi^T Q \xi + \xi^T P B v \\ &\leq -\frac{\lambda_{Q_{\min}} - 1}{2} |\xi|^2 - \frac{1}{2} (|\xi|^2 - 2\xi^T P B v \\ &\quad + |P B v|^2) + \frac{1}{2} |P B v|^2 \\ &\leq -\frac{\lambda_{Q_{\min}} - 1}{2} |\xi|^2 + \frac{1}{2} |P B v|^2 \end{aligned}$$

当 $\lambda_{Q_{\min}} > 1$, 可得

$$\begin{aligned} \int_0^t |\xi(\tau)|^2 d\tau &\leq \frac{2}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} (|V(0)| + |V(t)|) + \\ &\quad \frac{1}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} |P B|^2 \int_0^t |v(\tau)|^2 d\tau \end{aligned} \quad (16)$$

如果 $v \in L_2$, 据(16)可得 $\xi \in L_2$ 。因为已经证明了式(10)右边所有的变量有界可得 $\dot{\xi} \in L_\infty$ 。由 Barbalat 定理可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$ 。证毕。

以上设计考虑到使模糊器有一个大的寻优空间, 将输入空间的隶属函数的中心和列入可调参数的范围, 如果想进一步简化算法, 提高速度, 可以规定适当的固定输入模糊集, 只将输出集的中心作为调节对象, 同样能收到良好的效果。

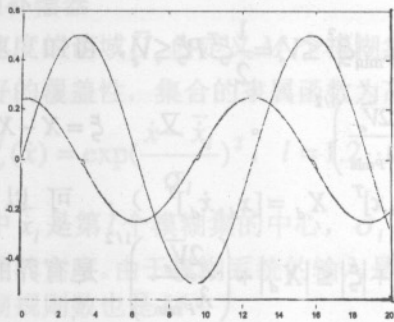
4 仿真研究

为进一步验证所设计的控制策略, 对于式(1)描述的系统, 采用式(6)、(7)的控制律。先在给定信号为正弦的情况下对一个轴进行仿真。

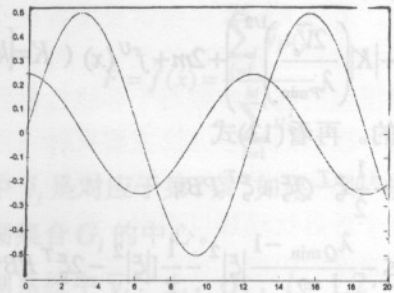
每个轴的惯量: $J = 1 \text{kgm}^2$ 初始值: $x_0 = 0$, $\dot{x}_0 = 0$ 期望轨迹: $x_d = \sin t$

摩擦力: $F(\dot{q}) = \text{sgn}(\dot{x})(1 + 0.5e^{-(\dot{x}/0.001)^2}) + 0.4\dot{x}$

如图 1(a)(b)分别是没有摩擦补偿和采用本文的模糊补偿后, 位置和速度跟踪情况。图 2 放大了显示了位置转向时速度的过零误差。

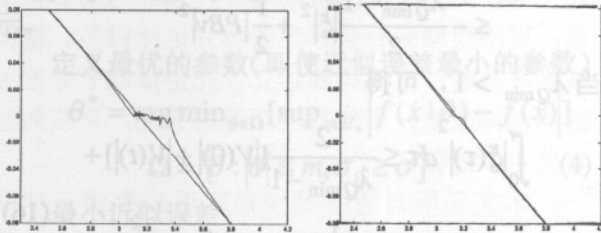


(a)



(b)

图 1 (a)没有摩擦补偿的位置和速度跟踪轨迹 (b) 补偿后速度的位置和速度跟踪轨迹



(a)

(b)

图 2 (a)无补偿速度过零误差 (b)补偿后速度过零误差

然后, 两个轴分别跟踪正弦和余弦信号, 画一个圆。图 3、4 分别给出补偿前后的结果。

5 结论

自适应算法具有顺应环境变化的灵活性, 而模糊能逼近非线性函数和有效利用语言信息自适应模糊补偿器集两者的长处于一体, 在非线性摩擦补偿这一问题中取得了令人满意的补偿效果。算法简单易行且能够保证系统的稳定性, 仿真结果证实了这些结论。

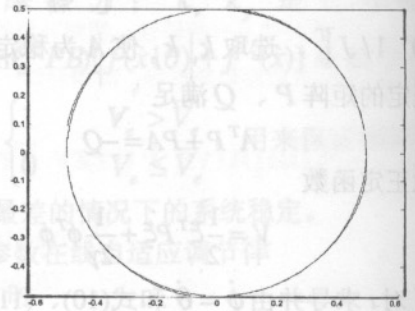


图 3 补偿前画圆的效果

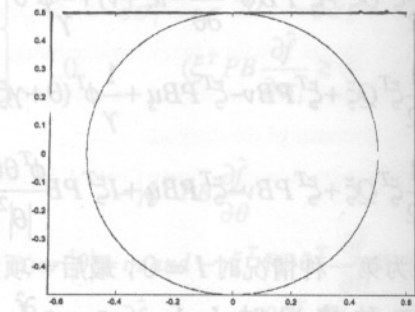


图 4 补偿后画圆效果

参考文献

[1] 王立新, 自适应模糊系统与控制, 国防工业出版社, 2000
 [2] C.Canudas de Wit, H.Olsson, K. J. Astrom, P. Lischinsky. A New Model for Control of Systems with Friction, IEEE Transactions on automation control, 1995,40(3): 419-425
 [3] Brian Armstrong-Helouvry, Pierre Dupont and Carlos Canudas De Wit, A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction, Automatic, 1994, 30(7): 1083-1138